

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équation différentielle du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

Systèmes régis par une équation différentielle du 1° et du 2° ordre

TD5

Etude d'un système régi par une équation différentielle du 2° ordre

Programme - Compétences		
A31	ANALYSER	Architectures fonctionnelle et structurelle : - chaîne directe - système asservi - commande
A51	ANALYSER	Grandeurs utilisées: - unités du système international - homogénéité des grandeurs
B24	MODELISER	Systèmes linéaires continus et invariants: - Modélisation par équations différentielles - Calcul symbolique - fonction de transfert; gain, ordre, classe, pôles, zéros
B25	MODELISER	Signaux canoniques d'entrée: - échelon
B26	MODELISER	Schéma-bloc: - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée
B28	MODELISER	Modèles de comportement
C21	RESOUDRE	Réponses temporelle et fréquentielle: - systèmes du 1er et 2e ordre - intégrateur
C23	RESOUDRE	Rapidité des SLCI: - temps de réponse à 5%

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

Exercice 1: Système du 2° ordre

Mise en situation

Lors du TD précédent, nous avons étudié une fraiseuse dont l'un des systèmes automatiques permet de piloter la table support de la pièce à usiner en vitesse afin d'assurer de bonnes conditions de coupe.

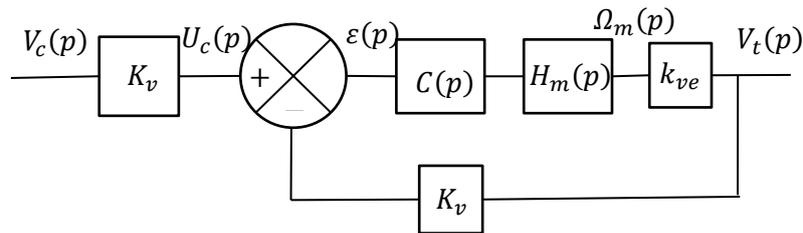


Rappelons que pour avoir de bonnes conditions de coupe, la vitesse d'avance doit être égale à $V_a = 0,3 \text{ m/s}$ avec une tolérance de 2%. Compte tenu des dimensions de la machine, cette vitesse doit être atteinte en moins d'une seconde et sur une distance de moins de 15 cm. La vitesse peut dépasser la vitesse de consigne de quelques pourcents avant de se stabiliser au plus près de la consigne. Enfin, l'intensité moteur ne doit pas dépasser 35 A au risque de le détériorer.

Reprenons le schéma bloc du système asservi mis en place. Nous avons mis en évidence une erreur statique importante de l'asservissement lorsque l'on demande une vitesse de la table de $0,3 \text{ m/s}$ et nous avons vu qu'il n'était pas possible d'utiliser un correcteur proportionnel (gain uniquement) du type $C(p) = A$ permettant de diminuer l'écart statique sans dépasser des valeurs d'intensité risquant d'endommager le moteur.

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

On rappelle quelques résultats obtenus au TD4 :



$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

$$K_m = 5,92 \text{ V.s.rad}^{-1} ; \quad T_m = 0,157 \text{ s} ; \quad k_{ve} = 7,96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{rad}} ; \quad k_v = 10$$

Rappel du cahier des charges :

- Précision : vitesse d'avance être égale à $V_a = 0,3 \text{ m/s}$ avec une tolérance de 2%.
- Rapidité : Vitesse atteinte en moins d'une seconde ($t_{r5\%}$) et sur une distance de moins de 15 cm.
- Dépassement : La vitesse peut dépasser la vitesse de consigne de quelques pourcents avant de se stabiliser au plus près de la consigne.
- Autre contrainte : l'intensité moteur ne doit pas dépasser 35 A.

Dans ce TD, on propose de modifier le correcteur en choisissant un correcteur à action proportionnelle-intégrale :

$$C(p) = \frac{A}{p}$$

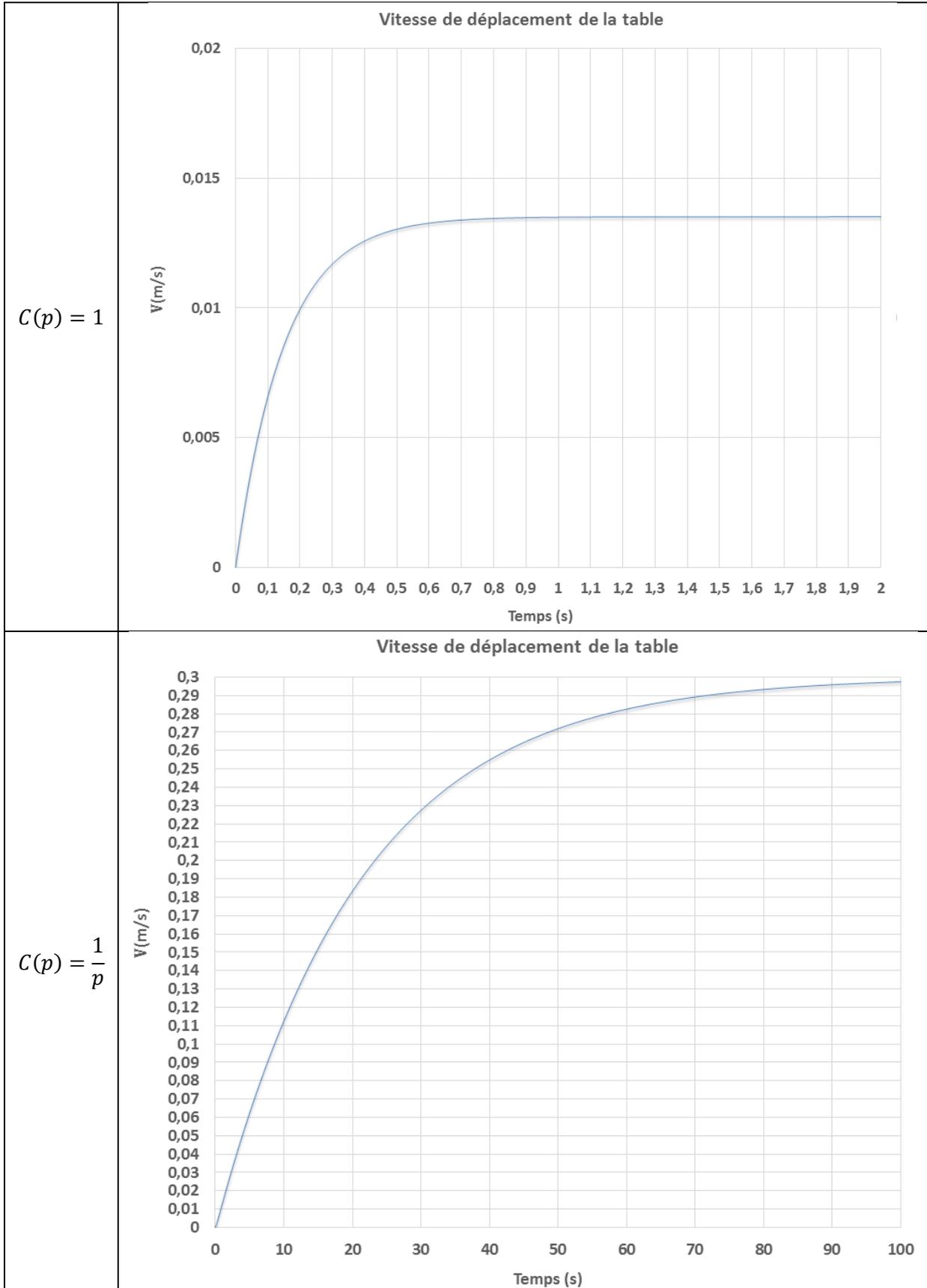
Question 1: Déterminer la FTBF $H(p) = \frac{V_t(p)}{V_c(p)}$, la mettre sous la forme canonique d'un système du second ordre et donner l'expression littérale de ses coefficients caractéristiques

Question 2: En déduire le modèle simple du système composé d'un bloc reliant $V_t(p)$ et $V_c(p)$

Question 3: Que peut-on dire de la précision statique du système

Question 4: Démontrer ce résultat à l'aide du théorème de la valeur finale

On donne la réponse du système avant et après avoir ajouté le nouveau correcteur avec $A = 1$.



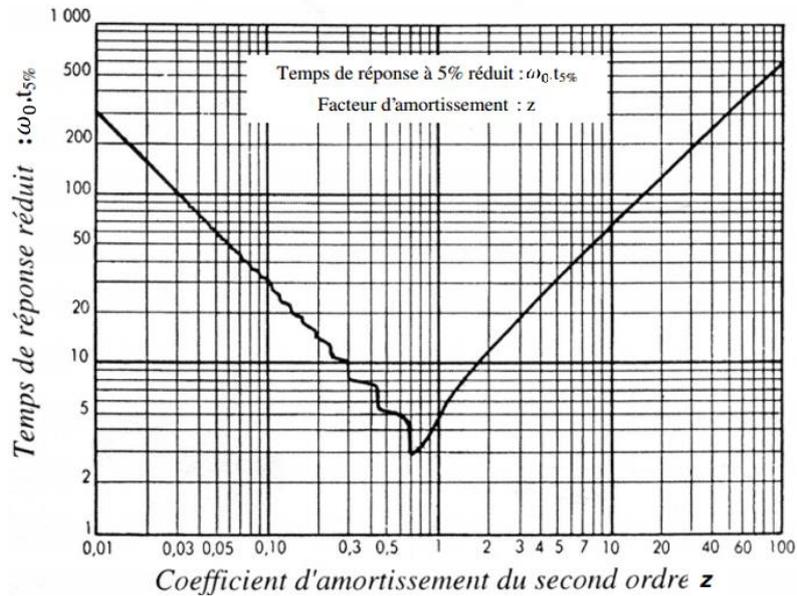
Question 5: Décrire l'évolution du comportement de l'asservissement

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

Question 6: Déterminer le coefficient d'amortissement dans le cas étudié

Question 7: Déterminer le temps de réponse à 5% du système corrigé sur la courbe de réponse

Question 8: Déterminer ce temps à l'aide du graphique des temps de réponse en fonction de z

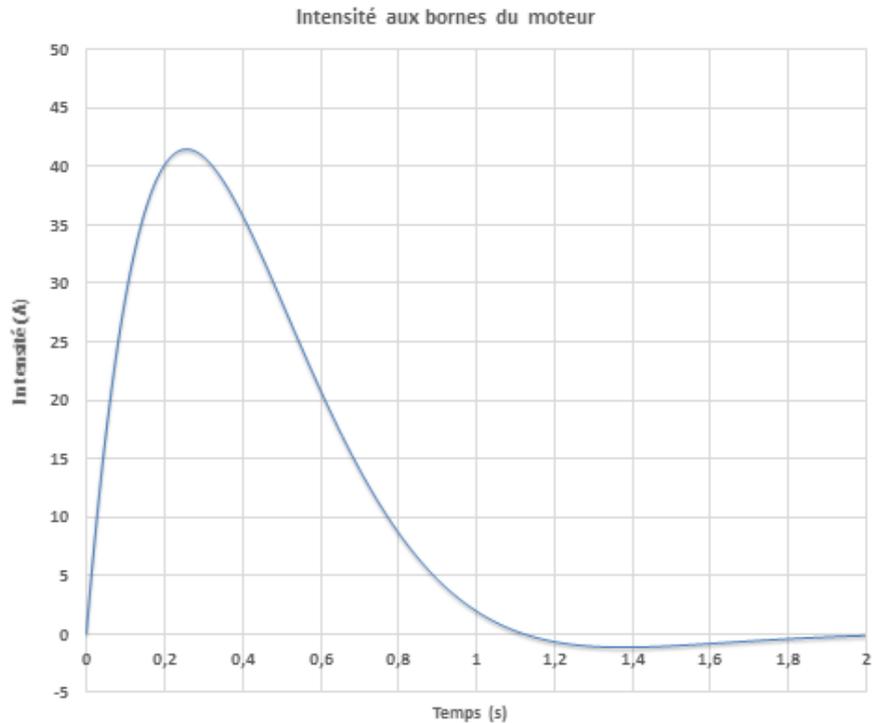


Maintenant que le système est précis, on souhaite le rendre plus rapide afin de répondre au critère de temps du cahier des charges. Pour cela, on joue sur le correcteur en modifiant la valeur de A .

Question 9: Proposer les valeurs de A permettant d'obtenir les régimes les plus rapides avec et sans dépassement et indiquer le temps de réponse à 5% dans chaque cas

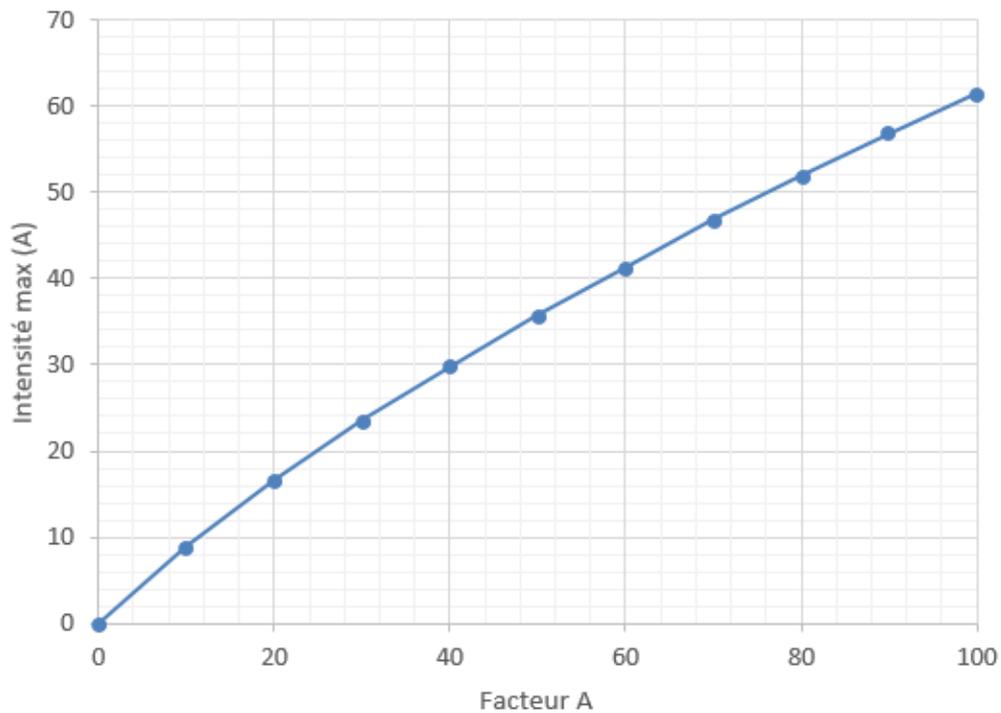
Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

On présente ci-dessous la courbe d'évolution de l'intensité entrant dans le moteur en fonction du temps pour $A = 60$:



On remarque que l'intensité maximale entrant dans le moteur est obtenue peu de temps après le démarrage. On remarquera par ailleurs que l'intensité devient négative, synonyme du dépassement de la vitesse de consigne : le moteur crée un couple négatif pour décélérer...

On propose ci-dessous une courbe donnant l'intensité maximale entrant dans le moteur en fonction du facteur A :



Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équa. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5

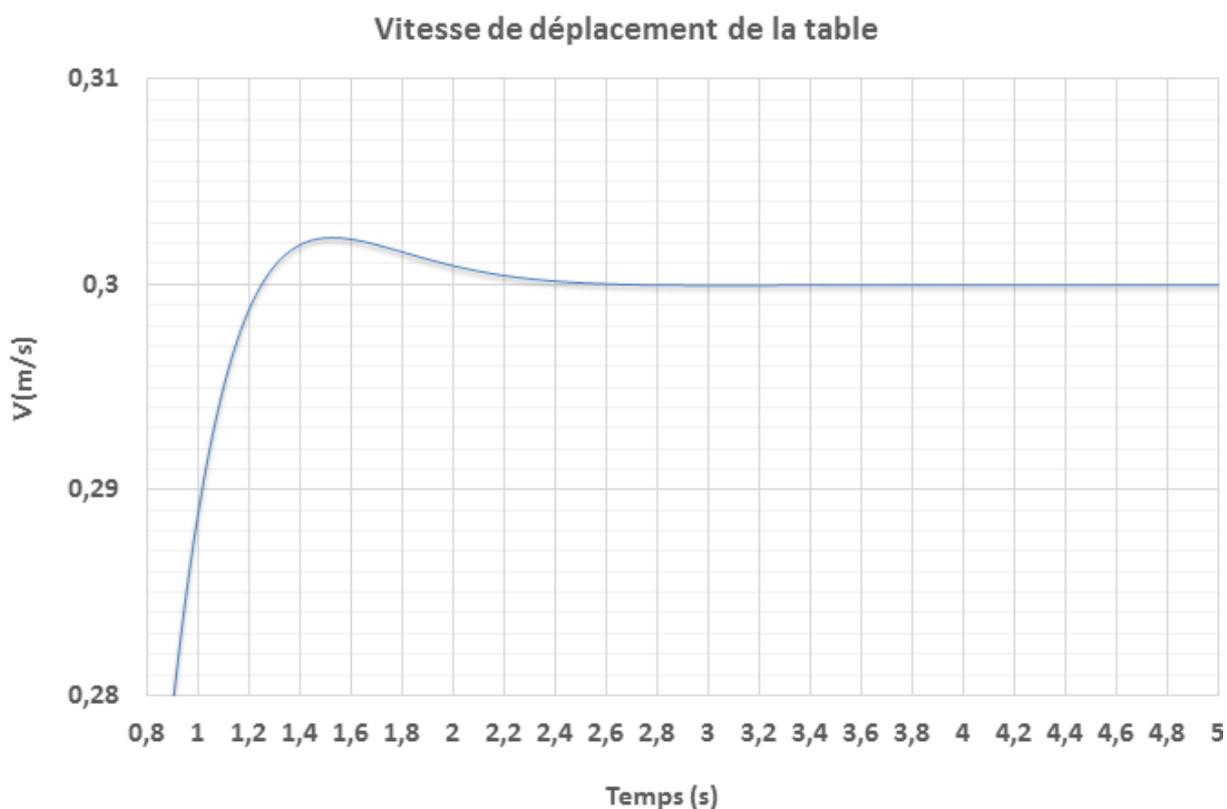
Question 10: Compte tenu du cahier des charges, préciser la valeur limite A_{max} que l'on peut prendre

Question 11: En déduire le coefficient d'amortissement et temps de réponse à 5% du système

Question 12: Finalement, préciser le correcteur retenu et récapituler les performances du système vis-à-vis du cahier des charges

Il reste à valider les critères de dépassement et de distance parcourue pour atteindre la vitesse de consigne.

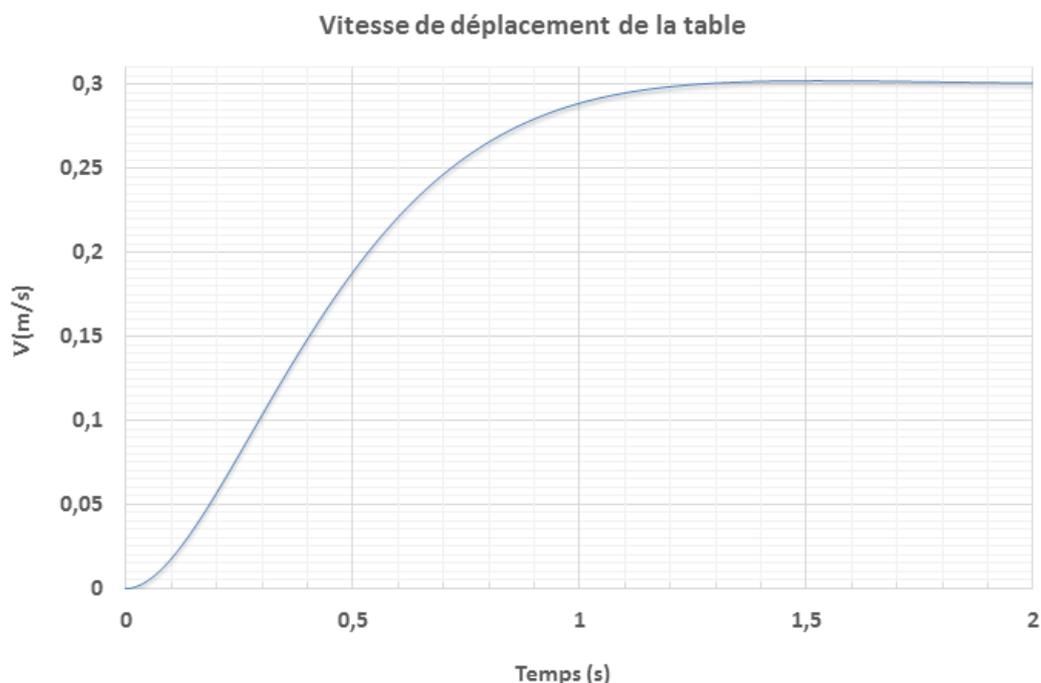
On donne la fin de la courbe de réponse du système pour $A = A_{max}$. On souhaite caractériser le dépassement obtenu.



Question 13: Calculer le dépassement théorique de la réponse du système, le comparer à la valeur obtenue et conclure vis-à-vis du critère du cahier des charges

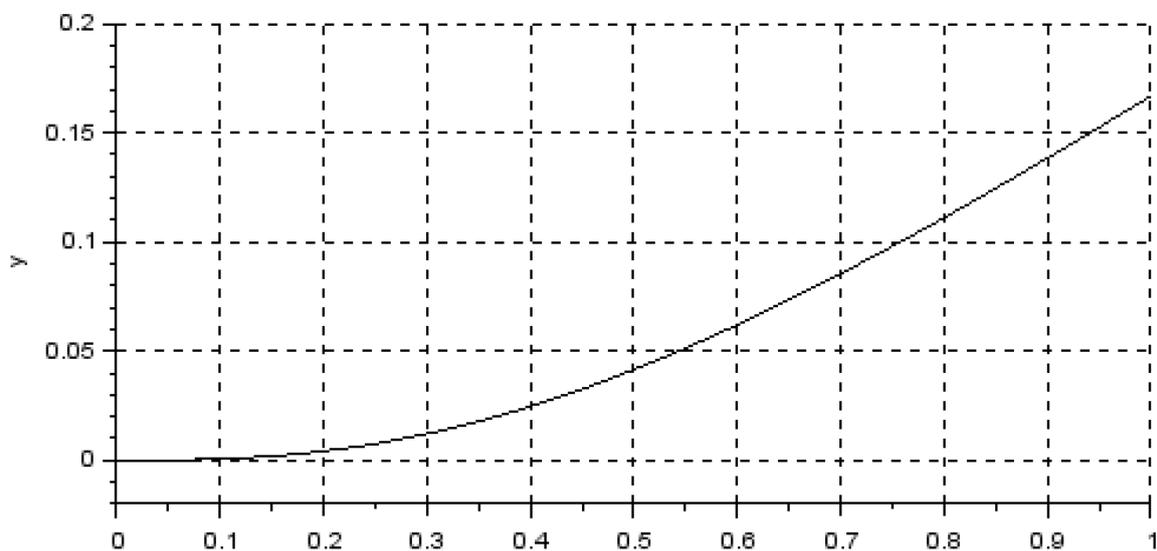
On donne la courbe de réponse lors de l'accélération de la table.

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
27/01/2020		TD5



Question 14: En précisant les hypothèses choisies, déterminer et commenter la distance parcourue par la table pendant le temps d'accélération de 0 à 95% de la valeur finale et conclure vis-à-vis du cahier des charges

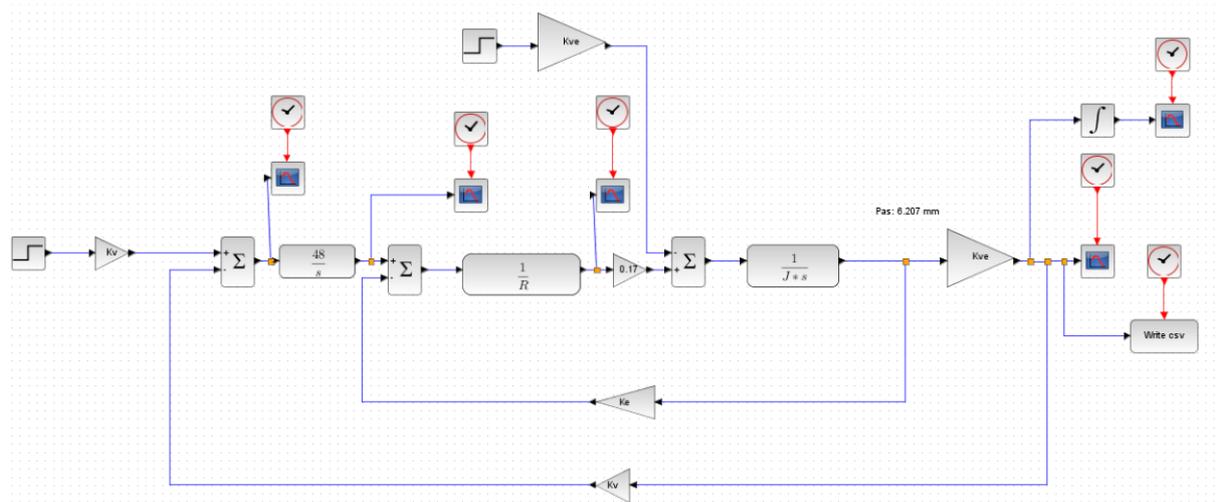
On utilise Scilab pour tracer l'évolution de la distance parcourue au cours du temps :



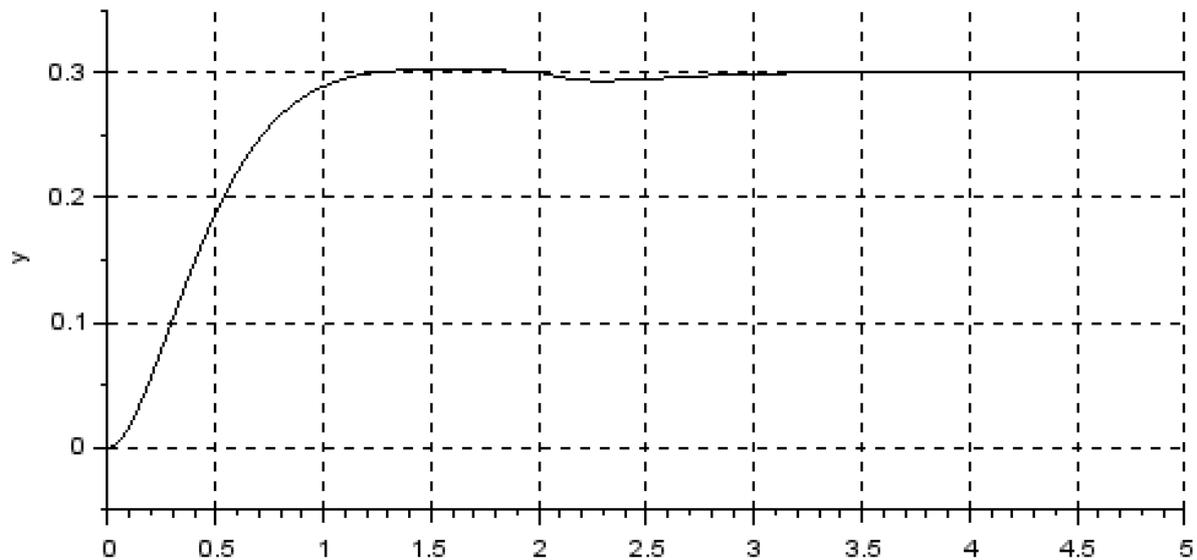
Question 15: Validez les résultats obtenus à la question précédente

Dernière mise à jour 27/01/2020	Systemes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY TD5
------------------------------------	--	-----------------------

Pour finir, on réalise un modèle complet du système sur le module XCOS de Scilab :



On tient compte de la perturbation en couple moteur qui est issue de l'effort de coupe. On fixe un effort de coupe dans l'axe de translation de 1000N apparaissant après 2 secondes et on étudie l'effet de cette perturbation sur la vitesse d'avance :



Question 16: Que pensez-vous de l'asservissement vis-à-vis de la correction de la perturbation en échelon de couple ?

Nous verrons en seconde année que ce comportement est obtenu dès qu'il y a au moins une intégration dans la BO avant la perturbation.